EINIGE MEHR ODER WENIGER BRAUCHBARE FORMELN

UND IHRE ANWENDUNG IN DER PROGRAMMIERUNG

Schiffsführungs- und Simulationsanlage SUSAN

FACHHOCHSCHULE HAMBURG
FACHBEREICH SEEFAHRT

Wolf-Werner Scheuermann

1/85

Formeln

1. Formeln

(1.1) $\min\{r,s\} = (r+s-\mathrm{ABS}(r-s))/2$
$r,s \in \mathbb{R}$

(1.2) $\max\{r,s\} = (r+s+\mathrm{ABS}(r-s))/2$
$r,s \in \mathbb{R}$

(1.3) $\mathrm{SIGN}(r)\cdot r = \mathrm{ABS}(r)$
$r \in \mathbb{R}$

(1.4) $\mathrm{INT}(r+n) = \mathrm{INT}(r)+n$
$r \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{Z}$

(1.5) $-\mathrm{INT}(r+n) = -\mathrm{INT}(r)-n$
$r \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{Z}$

(1.6) $\mathrm{INT}((n+1)/2)-\mathrm{INT}(n/2) = 2\cdot\mathrm{INT}((n+1)/2)-n$
$n \in \mathbb{Z}$

(1.7) $\mathrm{INT}(n/2)+\mathrm{INT}(m/2) = \mathrm{INT}((n+m)/2)-n\cdot m$
$+2\cdot\mathrm{INT}(n\cdot m/2)$

$n,m \in \mathbb{Z}$

(1.8) $\mathrm{INT}(n\uparrow 2/2) = \mathrm{INT}(n/2)-(1-n)\cdot n/2$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.9) $\mathrm{INT}(r)\cdot n \leqq n\cdot r$

$r \in \mathbb{R}_+ ,\ n \in \mathbb{N}_0$

(1.10) $\mathrm{INT}(n\cdot(r-\mathrm{INT}(r))) = \mathrm{INT}(n\cdot r)-n\cdot\mathrm{INT}(r)$

$r \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{Z}$

(1.11) $\mathrm{INT}((n+1)/2)+\mathrm{INT}(n/2) = n$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.12)

$$\mathrm{INT}(n/2) = \begin{cases} (n-1)/2 & ,\ n \text{ ungerade} \\ n/2 & ,\ n \text{ gerade} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.13)

$$2 \cdot INT(n/2)+1-n = \begin{cases} 0 & , n \text{ ungerade} \\ 1 & , n \text{ gerade} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.14)

$$n-2 \cdot INT(n/2) = \begin{cases} 1 & , n \text{ ungerade} \\ 0 & , n \text{ gerade} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.15)

$$INT(((-1) \cdot SIGN(n-m)+1)/2) = \begin{cases} 1 & , n<m \\ 0 & , n\geq m \end{cases}$$

$n,m \in \mathbb{Z}$

(1.16)

$$INT(1/(ABS(n)+1)) = \begin{cases} 0 & , n\neq 0 \\ 1 & , n=0 \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$

(1.17)

$$INT(1/(n+1)) = \begin{cases} 0 & , n\neq 0 \\ 1 & , n=0 \end{cases}$$

$n \in \mathbb{N}_0$

(1.18)

$$\mathrm{INT}(1/(\mathrm{ABS}(n-m)+1)) = \begin{cases} 0 & , n \neq m \\ 1 & , n=m \end{cases}$$

$n,m \in \mathbb{Z}$

(1.19) Die Abbildung $\mathbb{N} \to \mathbb{N}\times\mathbb{N}$ gelingt mit Hilfe folgender Formeln (Mathias Rogel):

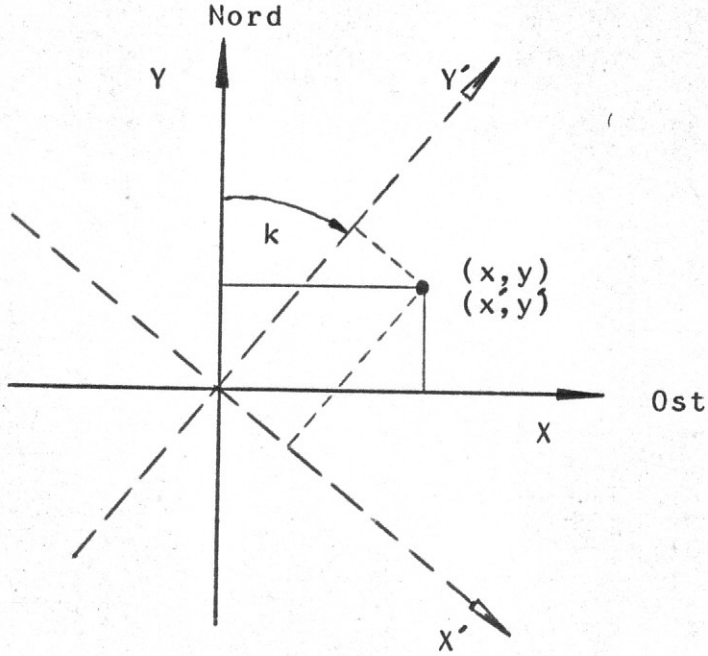
$k(n) = \mathrm{INT}(-1/2+\mathrm{SQRT}(2\cdot n-7/4))$

$l(n) = n-k(n)/2\cdot(k(n)+1)-1$

$n \in \mathbb{N}$

Jedes $(k,l) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}$ hat die Form $(k(n),l(n))$ oder $(l(n),k(n))$

(1.20) Drehung des nautischen Koordinatensystems:



$$x' = x \cdot \cos(k) + y \cdot \sin(k)$$
$$y' = -x \cdot \sin(k) + y \cdot \cos(k)$$

2. ANWENDUNGEN

Die Transformation einer kommutativen zweiparametrigen Funktion natürlicher Zahlen in eine einparametrige Funktion geschieht mittels (1.19):

$$f(k,l) = f(l,k) \rightarrow \bar{f}(n)$$

Zur Feststellung der größeren oder kleineren zweier gegebener Zahlen lassen sich Verzweigungen in Programmen vermeiden, wenn die Formeln (1.1) bzw. (1.2) verwendet werden.

Die Notwendigkeit von Programmverzweigungen läßt sich auch in folgendem Fall umgehen:

$$f(n) = \begin{cases} \text{Term1}, & n \text{ ungerade} \\ \text{Term2}, & n \text{ gerade} \end{cases}$$

Mit den Formeln (1.13) und (1.14) läßt sich schreiben:

$$f(n) = (n-2 \cdot \text{INT}(n/2)) \cdot \text{Term1} + (2 \cdot \text{INT}(n/2)+1-n) \cdot \text{Term2}$$

Manche Programmiersprachen (z.B. BASIC) bewerten logische Ausdrücke mit 1 ("wahr") oder 0 ("falsch") und akzeptieren Rechnungen mit diesen Werten:

f(n) = ("n ungerade")•Term1+("n gerade")•Term2

bzw. mit (1.12):

f(n) = (INT(n/2)=(n-1)/2)•Term1+(INT(n/2)=n/2)•Term2

oder

f(n) = (INT(n/2)≠n/2)•Term1+(INT(n/2)=n/2)•Term2